

## 6.2. PROBLEMLER

6.2.1. Aşağıdaki ardışık integralleri hesaplayınız.

a)  $\int_0^1 \int_1^3 (x^2 + 3xy) dx dy$     b)  $\int_0^{\pi/4} \int_{\sin x}^{\cos x} dy dx$     c)  $\int_1^3 \int_{\frac{\pi}{6}}^{y^2} 2y \cos x dx dy$   
d)  $\int_0^{\pi} \int_0^{\sin x} y dy dx$     e)  $\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} 60xy^3 dy dx$     f)  $\int_0^4 \int_0^{\pi} x^2 \sin y dy dx$

6.2.2. Aşağıdaki integrallerin her birinin integral bölgesini belirtiniz, integral sırasını değiştirerek integral değerini bulunuz.

a)  $\int_0^2 \int_1^{e^x} dy dx$     b)  $\int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} dy dx$     c)  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dy dx$     d)  $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 y \cos x^5 dx dy$

6.2.3. Aşağıdaki iki katlı integralleri hesaplayınız.

a)  $\iint_D (x + y) dA$ ,  $D : x = 0, y = 0$  ve  $x + y = 2$  ile belirtilen bölge.

b)  $\iint_D dA$ ,  $D : 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq e^x$  ile belirtilen bölge.

c)  $\iint_D xy^2 dA$ ,  $D : y^2 = x^3, y = x$  ve  $y \geq 0$  ile belirtilen bölge.

d)  $\iint_D (x + y) dA$ ,  $D : x^2 + y^2 = 25, 3x^2 + 16y = 0$  ve  $y \leq 0$  ile belirtilen bölge.

e)  $\iint_D 2xy dA$ ,  $D : y = x^3, x = y^2$  ile belirtilen bölge.

f)  $\iint_D \frac{\sin y}{y} dA$ ,  $D : y = x, y = \pi$  ve  $x = 0$  ile belirtilen bölge.

6.2.4. 6.2.3. problemlerindeki  $B$  bölgelerinin alanlarını iki katlı integraller yardımıyla hesaplayınız.

6.2.5.  $D : x = 0, y = x, y = 1$  ve  $y = 2$  ile sınırlanan bölge ise  $\iint_D x^2 y^2 dA$  integralini hesaplayınız.

6.2.6. Aşağıdaki denklemler yardımıyla belirtilen her bir bölgenin iki katlı integraller yardımıyla hacmini bulunuz.

a)  $z = xy$  yüzeyi,  $y = x^2$  ve  $x = y^2$  silindirleri ve  $z = 0$  düzlemi,

b)  $x = 0, x = 2, y = 0, y = 1, z = 0, z = 4 - x^2$ ,

c)  $x = 0, y = 3x, y = 4 - x^2, z = 0, z = x + 4$ ,

d)  $x^2 + y^2 = r^2, z = 0, z = a - x^2$

6.2.7. Koordinat düzlemleri,  $x = 3, y = 2$  düzlemleri ve  $z = 2 + x + y$  yüzeyi ile sınırlanan bölgenin (cismin) hacmini bulunuz.

6.2.8.  $y = x^2$  ve  $y = \sqrt{x}$  eğrileri ile sınırlanan ince metal levhannın yoğunluğu  $\rho(x, y) = x^2 + y^2$  dir. Bu levhannın kütesini bulunuz.

6.2.9.  $y = x^2$  ve  $y = 2x$  eğrileri ile sınırlanan bölge  $D$  olsun.  $D$  yi düşey bölge olarak  $\iint_D (x^3 + 4y) dA$  'yı hesaplayınız.

6.2.10.  $y = \sqrt{x}, y = \sqrt{3x - 18}$  ve  $y = 0$  eğrileri ile sınırlanan  $D$  bölgesinde  $f$  sürekli olsun.  $D$  yi düşey ve yatay bölge olarak  $\iint_D f(x, y) dA$  integralini ardışık integraller cinsinden ifade ediniz.

6.2.11.  $D$ , köşeleri  $(0, 1), (1, 0)$  ve  $(1, 1)$  olan üçgen bölge ise  $\iint_D (x^2 + y^2) dA$  integralini hesaplayınız.

6.2.12.  $D$ , köşeleri  $(0, 0), (1, 0)$  ve  $(0, 1)$  olmak üzere  $\iint_D (x^2 + y^2) dA$  integralini hesaplayınız.

6.2.13.  $f, R = [0, 1] \times [0, 1]$  de

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \text{ rasyonel} \\ 2y, & x \text{ irrasyonel} \end{cases}$$

olarak tanımlanıyor.

$$\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dy dx \quad \text{ve} \quad \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy$$

integrallerinden birinin mevcut, diğerinin mevcut olmadığını gösteriniz.

$$\iint_R f(x, y) dA$$

integrali mevcut mudur?

**6.2.14.**  $f$  fonksiyonu  $R = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ ve } c \leq y \leq d\}$  dikdörtgeninde sürekli ise  $[a, b]$  deki her bir (sabit)  $x$  için  $f(x, y)$ ,  $y$  nin bir fonksiyonudur.  $f(x, y)$  nin  $[c, d]$  de sürekli olduğunu gösteriniz.

**6.2.15.**  $f$ ,  $R = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ ve } c \leq y \leq d\}$  dikdörtgeninde sürekli olsun.  $g(x) = \int_c^d f(x, y) dy$  fonksiyonunun  $[a, b]$  de sürekli olduğunu gösteriniz.

**6.2.16.**  $g(x) = \int_0^1 \ln(x^2 + y^2) dy$  ve  $h(x) = \int_0^1 \frac{\sin xy}{y} dy$  ise  $g'(x)$  ve  $h'(x)$  'i bulunuz.

**6.2.17.**  $\int_0^1 \int_0^2 (x - y) dy dx$  için 6.15. Ortalama Değer Teoreminin sağlandığı  $(c_1, c_2)$  noktaları bulunuz. •